

Secuencia Erca, Van Hiele y Geogebra para el Razonamiento Geométrico Sobre Triángulos y Cuadriláteros en Sexto Egb

Experience Reflection Conceptualization Application (Erca), Van Hiele, and Geogebra Sequence for Geometric Reasoning on Triangles and Quadrilaterals in SIXTH-GRADE BASIC GENERAL EDUCATION

Consuelo María Cuascota Ulcuango¹

Ministerio de Educación del Ecuador, Quito – Ecuador

(consuelo.cuascota@educacion.gob.ec) <https://orcid.org/0009-0001-7868-0048>

Mayra Elizabeth Jacome Soto²

Ministerio de Educación del Ecuador, Quito – Ecuador

(Mayra.jacome@educacion.gob.ec) <https://orcid.org/0009-0003-4336-1287>

Diana Lorena Cuenca Riofrio³

Ministerio de Educación del Ecuador, Quito – Ecuador

(lorena.cuenca@educacion.gob.ec) <https://orcid.org/0009-0002-3187-124X>

Verónica Del Rocío Coyago Caizapasto⁴

Ministerio de Educación del Ecuador, Quito – Ecuador

(veronica.coyago@educacion.gob.ec) <https://orcid.org/0009-0002-7716-2414>

Cómo Citar

Cuascota Ulcuango, C. M., Jacome Soto, M. E., Cuenca Riofrio, D. L., & Coyago Caizapasto, V. D. R. (2026). Secuencia Erca, Van Hiele y Geogebra para el Razonamiento Geométrico Sobre Triángulos y Cuadriláteros en Sexto Egb. *Saber Estratégico Internacional*, 4(3), 1078–1090. <https://doi.org/10.70577/s.e.v4i3.104>

RESUMEN

El razonamiento geométrico exige que los estudiantes trasciendan el reconocimiento visual de las figuras y avancen hacia el análisis de propiedades, la clasificación, la comprensión de relaciones jerárquicas y la argumentación. El objetivo fue determinar la diferencia ajustada en el razonamiento geométrico sobre triángulos y cuadriláteros entre estudiantes de sexto año de Educación General Básica que participaron en una secuencia Experiencia Reflexión Conceptualización Aplicación ERCA, Van Hiele y GeoGebra Classic 6, y quienes trabajaron con ERCA y recursos convencionales. El estudio se sustentó en el modelo de Van Hiele como referente para la progresión del razonamiento geométrico. Se aplicó un enfoque cuantitativo, de tipo aplicado, con diseño cuasiexperimental pretest-posttest y dos grupos intactos no equivalentes. Participaron inicialmente 73 estudiantes de 11 y 12 años; el análisis principal incluyó 71 casos con pretest y posttest válidos, 37 experimentales y 34 controles. La intervención comprendió 15 sesiones de 45 minutos. El razonamiento geométrico se evaluó mediante la Prueba de Razonamiento Geométrico sobre Triángulos y Cuadriláteros, y la comparación principal se realizó con análisis de covarianza, ajustando por el pretest. La diferencia posttest ajustada favoreció al grupo experimental en 4.827 puntos, IC 95 % 3.910, 5.745, $F_{1, 68} = 110.226$, $p < .001$, $\eta^2 p = .618$. Las cinco dimensiones mantuvieron diferencias significativas tras la corrección de Holm. Se concluye que, en las condiciones estudiadas, el paquete ERCA Van Hiele GeoGebra se asoció con un desempeño ajustado superior, sin permitir aislar el efecto específico del software.

Palabras clave: razonamiento geométrico, GeoGebra, modelo de Van Hiele, geometría dinámica, educación matemática, educación básica.

ABSTRACT

Geometric reasoning requires students to move beyond the visual recognition of figures toward the analysis of properties, classification, understanding of hierarchical relationships, and argumentation. This study aimed to determine the adjusted difference in geometric reasoning about triangles and quadrilaterals between sixth-grade Basic General Education students who participated in an Experience Reflection Conceptualization Application (ERCA), Van Hiele, and GeoGebra Classic 6 sequence and those who worked with ERCA and conventional resources. The study was grounded in the Van Hiele model as a framework for the progression of geometric reasoning. A quantitative, applied approach was adopted using a quasi-experimental pretest-posttest design with two intact nonequivalent groups. Initially, 73 students aged 11-12 participated; the primary analysis included 71 cases with valid pretest and posttest data, comprising 37 students in the experimental group and 34 in the control group. The intervention consisted of 15 sessions lasting 45 minutes each. Geometric reasoning was assessed using the Geometric Reasoning Test on Triangles and Quadrilaterals, and the primary comparison was performed through analysis of covariance, adjusting for pretest scores. The adjusted posttest difference favored the experimental group by 4.827 points, 95% CI 3.910, 5.745, $F_{1, 68} = 110.226$, $p < .001$, $\eta^2 p = .618$. All five dimensions remained statistically significant after Holm correction. It is concluded that, under the conditions examined, the ERCA-Van Hiele-GeoGebra instructional package was associated with higher adjusted performance, although the specific effect of the software cannot be isolated.

Keywords: geometric reasoning, GeoGebra, Van Hiele model, dynamic geometry, mathematics education, basic education.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría en educación básica plantea un desafío que trasciende el reconocimiento visual de las figuras. Identificar un triángulo o un cuadrilátero por su apariencia no implica necesariamente comprender las propiedades que lo definen, establecer criterios adecuados de clasificación, reconocer relaciones de inclusión entre categorías o justificar una afirmación mediante argumentos geométricos. Estas capacidades son relevantes porque el aprendizaje geométrico exige progresar desde formas perceptivas de reconocimiento hacia razonamientos sustentados en propiedades y relaciones.

Diversas investigaciones han documentado dificultades asociadas con esta progresión. Collazos Delgado et al. (2023) identificaron problemas para reconocer características, elementos y relaciones entre figuras planas. Rivera Roche y Cortés Sánchez (2025) registraron dificultades específicas en el aprendizaje de los cuadriláteros, mientras que estudios desarrollados en contextos ecuatorianos han señalado la necesidad de fortalecer la comprensión de contenidos geométricos mediante estrategias didácticas que superen la exposición convencional de conceptos (Arellano Gastiabur et al., 2026; Fuertes Rosero et al., 2024). En conjunto, estos antecedentes permiten situar el problema no solo en el conocimiento declarativo de las figuras, sino en la capacidad de razonar sobre sus propiedades, clasificaciones y relaciones.

En respuesta a estas dificultades, la literatura ha explorado tanto el modelo de Van Hiele como el uso pedagógico de GeoGebra. Estudios previos han informado resultados favorables cuando la geometría dinámica se integra en secuencias estructuradas. Pumacallahui Salcedo et al. (2021), mediante un diseño cuasiexperimental con grupos no equivalentes, reportaron mejores resultados en propiedades de triángulos y cuadriláteros en la condición que trabajó con GeoGebra. Enríquez Delgado et al. (2023) analizaron intervenciones fundamentadas en Van Hiele y, en una de sus condiciones, en su combinación con GeoGebra. En el contexto ecuatoriano, Rojas Rojas et al. (2024) observaron resultados favorables en áreas y perímetros mediante una secuencia apoyada en el software.

La evidencia acumulada, sin embargo, presenta diversidad en niveles educativos, contenidos, diseños y variables de resultado. La revisión sistemática de Huamán Intiquilla (2025) muestra una tendencia favorable en investigaciones sobre GeoGebra en educación básica, pero reúne estudios que evalúan comprensión matemática, rendimiento, motivación y otros desenlaces bajo configuraciones metodológicas heterogéneas. Existen, además, antecedentes que articulan Van Hiele y GeoGebra, aunque no constituyen réplicas de una misma intervención ni evalúan necesariamente el razonamiento geométrico mediante componentes diferenciados.

Dentro del corpus revisado, resulta menos frecuente una evaluación cuasiexperimental desarrollada específicamente en sexto año de Educación General Básica que integre sistemáticamente ERCA, el modelo de Van Hiele y GeoGebra, compare esta condición con ERCA y recursos convencionales y examine el razonamiento geométrico sobre triángulos y cuadriláteros mediante dimensiones diferenciadas. El presente estudio aborda cinco componentes: visualización, análisis de propiedades, clasificación, relaciones jerárquicas y argumentación. Además, incorpora ajuste por desempeño inicial y evidencia sobre fidelidad, adherencia y exposición a la intervención.

La investigación planteó la siguiente pregunta ¿cuál es la diferencia ajustada en el razonamiento geométrico sobre triángulos y cuadriláteros entre estudiantes de sexto año de Educación General Básica que participan en ERCA - Van Hiele - GeoGebra y estudiantes que trabajan con ERCA y recursos convencionales? El objetivo fue

determinar esa diferencia controlando el nivel inicial mediante análisis de covarianza. Complementariamente, se examinaron los cambios pretest-postest, las cinco dimensiones del razonamiento, los patrones de las respuestas abiertas y la fidelidad de implementación.

La hipótesis operacional estableció que, después de controlar la puntuación pretest, la puntuación postest de razonamiento geométrico sería mayor en la condición ERCA - Van Hiele - GeoGebra. La unidad de evaluación fue, por tanto, el paquete didáctico integrado, y no GeoGebra considerado de manera aislada.

Fundamentación teórica

Razonamiento geométrico y modelo de Van Hiele

El razonamiento geométrico supone una progresión que trasciende el reconocimiento inmediato de una figura. Comprender un objeto geométrico exige identificar sus propiedades, utilizarlas como criterios de clasificación, establecer relaciones entre categorías y justificar afirmaciones mediante argumentos pertinentes. Collazos Delgado et al. (2023) documentaron dificultades en estos procesos, mientras que Rivera Roche y Cortés Sánchez (2025) evidenciaron obstáculos en el aprendizaje de cuadriláteros. Arellano Gastiabur et al. (2026), Fuertes Rosero et al. (2024) y Nova Díaz y Nolasco (2026) sitúan igualmente la comprensión de conceptos y propiedades geométricas entre los retos que justifican estrategias didácticas más activas.

El modelo de Van Hiele ofrece un marco conceptual para comprender la evolución del pensamiento geométrico. Enríquez Delgado et al. (2023) describen una progresión desde la visualización hacia el análisis de propiedades, la ordenación o clasificación, la deducción formal y el rigor. Rivera Roche y Cortés Sánchez (2025) destacan que el tránsito hacia formas más elaboradas de razonamiento exige establecer relaciones entre propiedades y categorías, en lugar de limitarse a enumerar atributos aislados.

El modelo diferencia los niveles de razonamiento de las fases destinadas a organizar la enseñanza: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Estas fases permiten explorar conocimientos previos, orientar la indagación, verbalizar propiedades, resolver situaciones más abiertas y sintetizar relaciones. Cáceres Bautista (2017) aplicó esta secuenciación en actividades geométricas mediadas por GeoGebra, mientras que Antezana Iparraguirre et al. (2020) articularon Van Hiele con un entorno dinámico para trabajar áreas y perímetros.

En este estudio, el modelo orientó la secuencia didáctica, pero sus niveles no se utilizaron como categorías automáticas de clasificación individual. Las dimensiones de la PRG - TC constituyen componentes operativos del razonamiento y no equivalen directamente a los cinco niveles teóricos.

GeoGebra como entorno de geometría dinámica

GeoGebra permite construir y modificar dinámicamente objetos matemáticos, lo que amplía las posibilidades de comparación entre configuraciones. Campo Quinzaños et al. (2021) plantearon secuencias didácticas orientadas hacia el descubrimiento y comprensión de conceptos y propiedades geométricas. Pumacallahui Salcedo et al. (2021) incorporaron construcciones de triángulos y cuadriláteros, mediciones y exploración de propiedades dentro de actividades de aprendizaje.

En educación básica, Fuertes Rosero et al. (2024) desarrollaron una guía didáctica basada en GeoGebra, mientras que Collazos Delgado et al. (2023) integraron el software en una secuencia orientada al fortalecimiento del

pensamiento geométrico. En ambos casos, el interés pedagógico excede el manejo técnico del programa: la herramienta se incorpora a tareas destinadas a observar, construir, comparar y analizar objetos matemáticos.

La revisión de Huamán Intiquilla (2025) identifica resultados generalmente favorables asociados con GeoGebra, aunque también evidencia heterogeneidad entre contenidos, niveles educativos y desenlaces. Rojas Rojas et al. (2024) informaron diferencias favorables al trabajar áreas y perímetros mediante una secuencia apoyada por el software. Estos antecedentes respaldan su potencial didáctico, pero no permiten asumir que la sola presencia de la tecnología genere automáticamente mejoras.

Mediación pedagógica e integración Van Hiele - GeoGebra

El valor educativo de la geometría dinámica depende de la mediación que organiza su uso. Sarmiento - Segovia y Moscoso - Bernal (2023) enfatizan la necesidad de fortalecer la integración pedagógica del software en las prácticas docentes. Narváez Condolo et al. (2026) encontraron una relación positiva entre utilización de GeoGebra y rendimiento académico, aunque su diseño correlacional no permite inferencias causales. De forma similar, Partida López et al. (2025) documentaron percepciones estudiantiles favorables en un diseño descriptivo, mientras que Nova Díaz y Nolasco (2026) destacaron la importancia de planificación, infraestructura y formación docente.

La complementariedad entre Van Hiele y GeoGebra deriva de las funciones que cada componente desempeña. Van Hiele organiza la progresión de las demandas cognitivas; GeoGebra proporciona un espacio para construir, transformar, medir y comparar. Enríquez Delgado et al. (2023), Antezana Iparraguirre et al. (2020) y Cáceres Bautista (2017) aportan antecedentes de esta articulación.

En la presente investigación, esa relación se concretó mediante tareas dirigidas a construir, medir, arrastrar, comparar, detectar invariantes, elaborar ejemplos y contraejemplos, comprobar conjeturas, representar relaciones jerárquicas y justificar conclusiones. ERCA constituyó el marco común de ambas condiciones; la diferencia experimental radicó en la incorporación sistemática de Van Hiele y GeoGebra Classic.

MATERIALES Y METODOS

Diseño, contexto y participantes

Se desarrolló una investigación de enfoque cuantitativo, de tipo aplicado, con análisis descriptivo complementario de respuestas abiertas. Se empleó un diseño cuasiexperimental pretest - posttest con dos grupos intactos no equivalentes, correspondientes a dos paralelos preexistentes de sexto año de Educación General Básica de una misma institución educativa del sur de Quito, Pichincha, Ecuador. Los grupos no fueron conformados aleatoriamente.

La selección fue no probabilística y, dentro de los paralelos seleccionados, se incluyó censalmente a los estudiantes elegibles. Los criterios documentados fueron estar matriculado en uno de los dos paralelos, tener entre 11 y 12 años, disponer del consentimiento del representante, otorgar asentimiento y contar con pretest válido. No se documentaron criterios adicionales de exclusión. El tamaño de la muestra quedó determinado por la población accesible de los dos paralelos seleccionados, cuyos estudiantes elegibles se incluyeron censalmente.

Inicialmente participaron 73 estudiantes: 38 en el grupo experimental y 35 en el control. Para el análisis principal se dispuso de 71 casos con pretest y posttest válidos: 37 experimentales y 34 controles. Un estudiante del grupo experimental no completó el posttest y un estudiante del control se trasladó de institución después de la décima sesión; ambos casos se consideraron pérdidas de seguimiento.

Cada paralelo permaneció con su docente habitual durante el estudio. En consecuencia, la condición didáctica quedó vinculada a un único grupo - clase y a un docente diferente por condición. Esta configuración preservó el funcionamiento ordinario de las aulas, pero impidió separar completamente tratamiento, aula y docente; con solo dos paralelos tampoco fue posible estimar variación entre aulas.

Instrumento

El desenlace principal se evaluó mediante la Prueba de Razonamiento Geométrico sobre Triángulos y Cuadriláteros PRG - TC, aplicada el 25 de marzo de 2026 y utilizada sin modificaciones en pretest y posttest.

La prueba comprende 20 ítems: 15 cerrados y cinco abiertos. Se evalúa cinco dimensiones: visualización, análisis de propiedades, clasificación, relaciones jerárquicas y argumentación. Cada dimensión incluye tres ítems cerrados puntuados entre 0 y 1 y una tarea abierta evaluada mediante una rúbrica de 0 a 3. Cada dimensión aporta un máximo de 6 puntos y la puntuación global varía entre 0 y 30.

La validez de contenido fue examinada por tres especialistas en didáctica de la matemática, geometría/metodología y evaluación educativa. Los 20 ítems alcanzaron $I - CVI = 1.00$ en pertinencia y representatividad. Antes de congelar la versión definitiva se efectuó un ajuste menor de claridad en el ítem 20, sin modificar el constructo ni el sistema de puntuación.

El pilotaje independiente se efectuó con 87 estudiantes de una institución de características similares. El tiempo medio de resolución fue de 41.2 minutos, con rango de 31 a 49; 79 de 87 estudiantes terminaron en un máximo de 45 minutos. La consistencia interna global fue $\alpha = .781$ y $\omega = .793$. El alfa al eliminar individualmente los ítems osciló entre .759 y .785.

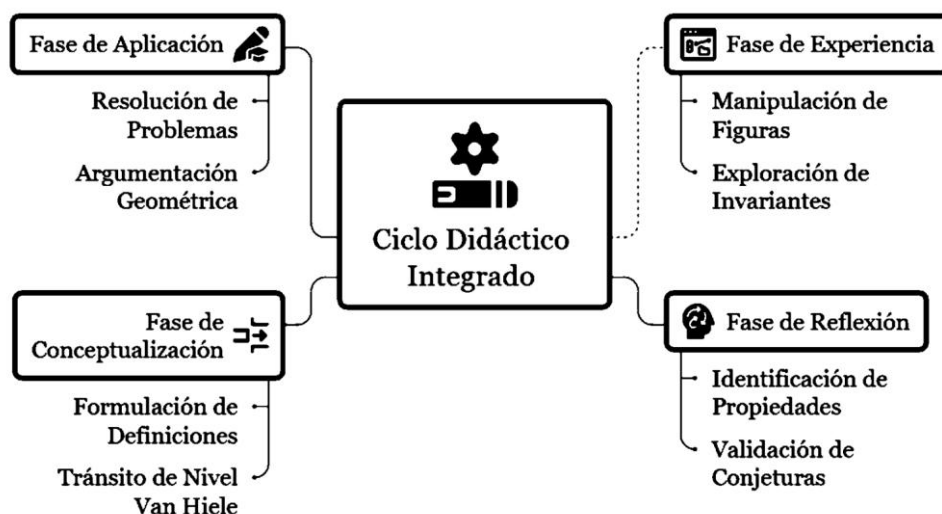
Para las tareas abiertas se realizó doble calificación de 40 respuestas. El acuerdo exacto fue del 80.0 %, con $\kappa_w = .87$ e $ICC = .93$, IC 95 %, .88, .96. Las discrepancias se resolvieron por consenso. De forma complementaria, las respuestas abiertas se codificaron mediante ocho categorías documentadas (APA, CLA, CEX, UPP, DRJ, EJC, CEC y OTR). Una misma respuesta podía registrar más de un código y se consignó además un código principal para trazabilidad; las frecuencias por grupo y momento se trataron descriptivamente y no como desenlaces inferenciales.

Intervención y procedimiento

El pretest se aplicó el 30 de marzo de 2026. La intervención se desarrolló entre el 6 de abril y el 8 de mayo de 2026, y el posttest se administró el 11 de mayo.

Ambas condiciones desarrollaron 15 sesiones de 45 minutos, a razón de tres sesiones por semana. ERCA constituyó el marco didáctico común. El grupo experimental incorporó sistemáticamente el modelo de Van Hiele y GeoGebra Classic 6; el grupo control trabajó con ERCA y recursos convencionales, sin incorporación sistemática de Van Hiele ni GeoGebra.

En la condición experimental, la secuencia se orientó desde el reconocimiento y exploración de figuras hacia la identificación de propiedades, clasificación, relaciones jerárquicas, deducción informal y justificación. GeoGebra se utilizó para construir, medir, arrastrar, comparar, identificar invariantes, generar ejemplos y contraejemplos, comprobar conjeturas y representar relaciones entre categorías. La Figura 1 sintetiza esta lógica didáctica de integración.

Figura 1*Integración de GeoGebra y metodología Van Hiele en la enseñanza de la geometría*

Nota. «Tránsito de nivel Van Hiele» refiere a una orientación didáctica; la PRG TC no clasificó individualmente a los estudiantes por niveles.

La fidelidad de ERCA se documentó mediante ocho indicadores valorados de 0 a 2 puntos, para un máximo de 16 por sesión. En el grupo experimental se añadió un módulo de adherencia Van Hiele GeoGebra, con un máximo conjunto de cuatro puntos por sesión. También se registraron asistencia, tiempo efectivo de exposición e incidencias.

Para distinguir los indicadores de implementación, la dosis efectiva de sesión se calculó como minutos efectivos de la sesión - 45 minutos planificados $\times$ 100 y se promedió sobre las 15 sesiones de cada condición. De forma separada, la exposición individual se calculó por estudiante como minutos acumulados de exposición - 675 minutos planificados $\times$ 100, donde $675 = 15 \times 45$; el valor grupal corresponde al promedio de la muestra analítica. PP12 fue un indicador distinto, basado en posttest válido y asistencia a ≥ 12 sesiones.

Consideraciones éticas

El estudio contó con autorización institucional mediante el oficio UEQS-2026-016, presentado el 11 de marzo de 2026 y aprobado el 13 de marzo del mismo año. Se obtuvo consentimiento de los representantes y asentimiento de los 73 estudiantes.

Los datos fueron anonimizados mediante códigos alfanuméricos. No se recolectó información sobre sexo o género. La documentación establece la custodia de los registros durante cinco años después del cierre del estudio. Al no existir documentación de una aprobación independiente por un comité de ética, el estudio se reporta estrictamente como investigación con autorización institucional, consentimiento y asentimiento.

Análisis estadístico

El desenlace principal fue la puntuación global posttest de la PRG - TC. La comparación principal se efectuó mediante ANCOVA, utilizando la puntuación posttest como variable dependiente, la condición didáctica como factor y el pretest como covariable. Se estimaron medias ajustadas, diferencia ajustada, IC 95 %, estadístico F, p y η^2 parcial.

Como análisis secundarios se aplicaron ANCOVA a las cinco dimensiones y se ajustaron los cinco valores de p mediante el procedimiento de Holm. Las ganancias pretest-postest se utilizaron de forma complementaria y descriptiva, sin sustituir el análisis comparativo ajustado.

Los supuestos del ANCOVA se examinaron mediante término cuadrático del pretest, interacción grupo $\times$ pretest, Shapiro Wilk para los residuos, Breusch Pagan, Levene, residuos studentizados y distancia de Cook. Como comprobaciones de robustez se utilizaron errores estándar HC3, análisis frente a observaciones influyentes y un análisis por protocolo PP12, definido como postest válido y asistencia a ≥ 12 de las 15 sesiones. Se empleó $\alpha = .05$ bilateral e IC 95 %. Los análisis se realizaron con IBM SPSS Statistics, versión 31.0.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Flujo y resultados descriptivos

De los 73 participantes iniciales, 71 aportaron mediciones válidas en pretest y postest. En la muestra analítica, el grupo experimental $n = 37$ pasó de una media de 14.16 puntos $DE = 2.86$ a 22.41 $DE = 3.59$, con ganancia media de 8.24 $DE = 1.92$. El grupo control $n = 34$ pasó de 13.65 $DE = 3.46$ a 17.06 $DE = 3.86$, con ganancia media de 3.41 $DE = 1.91$.

Tabla 1
Estadísticos descriptivos de la puntuación global de la PRG - TC

Condición	N	Pretest M (DE)	Postest M (DE)	Ganancia M (DE)
Experimental	37	14.16 (2.86)	22.41 (3.59)	8.24 (1.92)
Control	34	13.65 (3.46)	17.06 (3.86)	3.41 (1.91)

Nota. Puntuación global posible: 0–30. La ganancia corresponde a postest – pretest.

Estas diferencias descriptivas muestran una evolución favorable en ambos grupos, más pronunciada en el experimental. No obstante, la comparación sustantiva se sustentó en el ANCOVA, porque el diseño no permite asumir equivalencia inicial ni interpretar una simple diferencia de ganancias como efecto causal.

Resultado principal, robustez y sensibilidad

Tras ajustar por el pretest, la media postest estimada fue de 22.157 puntos en el grupo experimental y 17.329 en el control. La diferencia ajustada fue de 4.827 puntos, IC 95 % 3.910, 5.745, $F_{1, 68} = 110.226$, $p < .001$, $\eta^2 p = .618$.

El análisis PP12 incluyó 70 estudiantes 36 experimentales y 34 controles y produjo una diferencia ajustada de 4.723 puntos, IC 95 % 3.819, 5.626, $F_{1, 67} = 108.814$, $p < .001$, $\eta^2 p = .619$.

Los diagnósticos respaldaron la estabilidad del modelo. El término PRE^2 no mostró curvatura relevante $p = .264$; la interacción grupo $\times$ pretest fue no significativa, $F_{1, 67} = 0.364$, $p = .548$; los residuos mostraron $W = .969$, $p = .076$; Breusch Pagan produjo $p = .594$ y Levene, $p = .740$. Ningún residuo studentizado superó 3. La distancia de Cook máxima fue .113; al excluir tres casos con mayor influencia exploratoria, la diferencia permaneció próxima a 4.95 puntos, $p < .001$. Los errores robustos HC3 conservaron la diferencia de 4.827 puntos, IC 95 % 3.880, 5.775.

El resultado principal coincide en dirección con investigaciones que han documentado mejores desempeños geométricos al integrar GeoGebra dentro de estrategias pedagógicas estructuradas. Pumacallahui Salcedo et al. (2021) hallaron mejores resultados en propiedades de triángulos y cuadriláteros; Enríquez Delgado et al. (2023) informaron mejoras con intervenciones basadas en Van Hiele y su combinación con GeoGebra; Rojas Rojas et al. (2024) reportaron resultados favorables en áreas y perímetros. La coincidencia no implica equivalencia de diseños o desenlaces, pero sitúa el resultado dentro de una tendencia empírica consistente.

La interpretación requiere, sin embargo, evitar una lectura centrada exclusivamente en el software. En el presente estudio, GeoGebra formó parte de una condición integrada con ERCA y Van Hiele. Por ello, la diferencia ajustada respalda la ventaja del paquete didáctico completo en las condiciones estudiadas, no un efecto aislado de GeoGebra.

Tabla 2
ANCOVA principal y análisis de sensibilidad PP12

Indicador	Análisis principal	PP12
N	71	70
Media ajustada experimental	22.157	22.051
Media ajustada control	17.329	17.328
Diferencia ajustada	4.827	4.723
IC 95 %	3.910, 5.745	3.819, 5.626
F	F1, 68 = 110.226	F1, 67 = 108.814
P	< .001	< .001
η^2p	.618	.619

Nota. PP12 = participantes con postest válido y asistencia a ≥ 12 de las 15 sesiones.

Patrón multidimensional

Las diferencias ajustadas favorecieron al grupo experimental en las cinco dimensiones de la PRG-TC y conservaron significación después de Holm.

El patrón resulta relevante porque la diferencia no se restringió al reconocimiento visual. La mayor separación se observó en argumentación, seguida de análisis de propiedades y visualización. Clasificación presentó el contraste menor, aunque continuó siendo significativo después del control de multiplicidad.

Este comportamiento es coherente con el problema pedagógico que sustenta la investigación: avanzar desde la apariencia hacia propiedades, relaciones y justificaciones. Collazos Delgado et al. (2023) habían documentado dificultades para diferenciar propiedades y relaciones entre figuras; Pumacallahui Salcedo et al. (2021) encontraron ventajas en tareas sobre propiedades de triángulos y cuadriláteros. La evidencia dimensional del presente estudio agrega que la ventaja ajustada alcanzó también la argumentación y las relaciones jerárquicas.

Tabla 3*ANCOVA por dimensiones de la PRG - TC*

Dimensión	M ajustada exp.	M ajustada ctrl.	Diferencia (IC 95 %)	F(1, 68)	η^2p	p Holm
Visualización	4.516	3.439	1.077 (0.458, 1.695)	12.054	.151	.004
Análisis de propiedades	4.605	3.460	1.145 (0.440, 1.851)	10.491	.134	.006
Clasificación	4.237	3.536	0.701 (0.073, 1.329)	4.955	.068	.029
Relaciones jerárquicas	4.460	3.558	0.902 (0.259, 1.544)	7.841	.103	.013
Argumentación	4.510	3.150	1.360 (0.689, 2.031)	16.358	.194	< .001

Nota. Cada dimensión posee un rango de 0 - 6 puntos. Para los cinco ANCOVA dimensionales, los grados de libertad fueron (1, 68).

Respuestas abiertas

El análisis de las respuestas abiertas mostró una disminución más marcada en el grupo experimental de códigos asociados con reconocimiento por apariencia, confusión de propiedades, clasificación excluyente, uso insuficiente de propiedades y desconocimiento de relaciones jerárquicas. Paralelamente, aumentaron el uso correcto de ejemplos y contraejemplos.

La convergencia entre estos cambios descriptivos y el patrón dimensional es especialmente visible en argumentación. El aumento de ejemplos y contraejemplos correctos y la disminución del uso de una única propiedad son compatibles con una evolución hacia justificaciones más elaboradas. Esta correspondencia no demuestra mediación causal, pero aporta coherencia interpretativa entre la puntuación y la estructura de las respuestas.

Tabla 4*Frecuencias de códigos en las respuestas abiertas*

Código	Categoría	Exp. pre	Exp. post	Ctrl. pre	Ctrl. post
APA	Reconocimiento por apariencia	13	4	12	8
CLA	Confusión lados/ángulos	7	2	6	4
CEX	Clasificación excluyente	9	2	8	6
UPP	Uso de una sola propiedad	14	5	13	9
DRJ	Desconocimiento de relaciones jerárquicas	11	3	10	7

Código	Categoría	Exp. pre	Exp. post	Ctrl. pre	Ctrl. post
EJC	Uso correcto de ejemplos	5	15	4	9
CEC	Uso correcto de contraejemplos	3	14	3	7
OTR	Otro error emergente	1	1	1	1

Nota. EJC y CEC representan evidencias correctas de razonamiento y no categorías de error.

Fidelidad e interpretación del mecanismo didáctico

La fidelidad del marco ERCA fue elevada en ambas condiciones: 97.5 % en el grupo experimental y 98.3 % en el control. La dosis efectiva de sesión, calculada a partir del tiempo efectivo respecto de los 45 minutos planificados, alcanzó 96.7 % y 97.6 %, respectivamente. La exposición individual media en la muestra analítica fue 88.9 % en el grupo experimental y 90.0 % en el control. En el grupo experimental, la adherencia conjunta Van Hiele - GeoGebra fue del 93.3 %, y GeoGebra se utilizó en promedio durante 33.87 minutos por sesión.

Estos indicadores documentan que las condiciones planificadas se implementaron de manera consistente. La similitud de la fidelidad ERCA en ambos grupos reduce la posibilidad de interpretar la diferencia simplemente como una aplicación más consistente del marco común. Al mismo tiempo, la alta adherencia experimental documenta que Van Hiele y GeoGebra estuvieron presentes de forma sostenida.

Pedagógicamente, el patrón puede comprenderse como una articulación entre progresión cognitiva y exploración dinámica. Van Hiele estructuró la transición desde reconocimiento hacia análisis, clasificación y justificación; GeoGebra permitió construir, modificar y contrastar configuraciones; ERCA proporcionó el marco general de experiencia, reflexión, conceptualización y aplicación. Esta explicación es plausible, pero no constituye una prueba de mediación ni permite descomponer el efecto de cada elemento.

Tabla 5

Fidelidad, adherencia y dosis de implementación

Indicador	Experimental	Control
Fidelidad ERCA	97.5 %	98.3 %
Dosis efectiva de sesión (min efectivos / 45 min)	96.7 %	97.6 %
Exposición individual media (min acumulados / 675; muestra analítica)	88.9 %	90.0 %
Adherencia Van Hiele	1.87/2	—
Calidad del uso de GeoGebra	1.87/2	—
Adherencia Van Hiele - GeoGebra	93.3 %	—
Tiempo medio con GeoGebra	33.87 min/sesión	—

Indicador	Experimental	Control
Incidencias durante la intervención	4	2

Limitaciones e implicaciones

La principal limitación deriva del diseño cuasiexperimental. Los grupos fueron paralelos intactos y no hubo asignación aleatoria, por lo que pueden persistir diferencias no medidas. Aunque el ANCOVA ajustó por el desempeño basal, no elimina posibles factores de confusión no observados.

El uso de la misma versión de la PRG - TC en pretest y posttest introduce una posible amenaza de efecto de prueba o familiarización. Entre ambas aplicaciones transcurrieron 42 días y ambos grupos respondieron la misma versión en los mismos momentos, lo que hace menos plausible que un efecto de práctica común explique por sí solo la diferencia entre condiciones. No obstante, el ajuste por pretest controla el desempeño basal, pero no elimina esta amenaza ni descarta una interacción entre la exposición previa a los ítems y la intervención. Futuras réplicas deberían considerar formas paralelas del instrumento o diseños que permitan evaluar específicamente el efecto de prueba.

Cada condición estuvo representada por un solo paralelo y cada grupo permaneció con un docente habitual diferente. En consecuencia, intervención, aula y docente se encuentran parcialmente confundidos. Con solo dos aulas tampoco fue posible modelar la dependencia intraclasses ni estimar variación entre clases, de modo que la inferencia basada en estudiantes requiere especial cautela. La alta fidelidad de implementación no corrige esta limitación ni permite separar estadísticamente los posibles efectos del docente o del ambiente de aula.

El tratamiento fue también multicomponente. Por tanto, no puede determinarse qué proporción de la diferencia corresponde a Van Hiele, GeoGebra o a su interacción dentro de ERCA. La generalización queda igualmente restringida a un estudio realizado en una sola institución, con estudiantes de sexto EGB y sobre triángulos y cuadriláteros. El posttest inmediato tampoco permite establecer permanencia del aprendizaje. No se recolectó información sobre sexo o género, por lo que tampoco pudo explorarse la heterogeneidad de los resultados según esas características.

Pese a estas restricciones, el estudio aporta evidencia cuasiexperimental ajustada sobre un desenlace multidimensional y documenta de manera simultánea implementación, robustez estadística y formas de razonamiento observadas en respuestas abiertas. Para la práctica educativa, los resultados favorecen una integración de la geometría dinámica orientada explícitamente hacia propiedades, clasificación, relaciones jerárquicas y argumentación, más que un uso instrumental del software.

Futuras investigaciones deberían incluir varios paralelos y docentes por condición, examinar separadamente los componentes del paquete, utilizar formas paralelas de la PRG - TC cuando sea factible e incorporar evaluaciones diferidas. Asimismo, convendría ampliar la evaluación psicométrica del instrumento en nuevas muestras y contextos.

CONCLUSIONES

En las condiciones estudiadas, los estudiantes que participaron en la secuencia ERCA - Van Hiele - GeoGebra presentaron un desempeño posttest ajustado superior al de quienes trabajaron mediante ERCA y recursos

<https://doi.org/10.70577/s.e.v4i3.104>

convencionales. La diferencia ajustada fue de 4.827 puntos, IC 95 % 3.910, 5.745, $F_{1, 68} = 110.226$, $p < .001$, $\eta^2p = .618$, y se mantuvo estable en los análisis de sensibilidad.

La ventaja no se concentró en una única capacidad. Las cinco dimensiones -visualización, análisis de propiedades, clasificación, relaciones jerárquicas y argumentación - conservaron diferencias significativas tras la corrección de Holm, con el mayor contraste en argumentación. Las respuestas abiertas mostraron un patrón descriptivamente concordante, caracterizado por menor recurrencia de razonamientos basados en apariencia o propiedades insuficientes y mayor utilización correcta de ejemplos y contraejemplos.

El resultado corresponde al paquete ERCA + Van Hiele + GeoGebra en conjunto; el diseño no permite atribuir la diferencia a GeoGebra de manera aislada. La ausencia de asignación aleatoria, la presencia de un solo paralelo por condición, la vinculación entre condición, aula y docente, y la falta de una medición diferida obligan a interpretar los hallazgos con prudencia.

Los hallazgos son consistentes con, por tanto, una integración pedagógica de GeoGebra vinculada con una progresión explícita del razonamiento geométrico. Su confirmación requerirá réplicas con múltiples aulas y docentes, análisis de componentes y mediciones de seguimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antezana Iparraguirre, R. P., Cayllahua Yarasca, U., Yalli Huamán, E., & Rojas Quispe, A. E. (2020). Modelo Van Hiele y software GeoGebra en el aprendizaje de estudiantes en áreas y perímetros de regiones poligonales. *Horizonte de la Ciencia*, 10(18), 4–18. <https://revistas.uncp.edu.pe/index.php/horizontedelaciencia/article/view/418>
- Arellano-Gastiabur, C. S., Noblecilla-Calderón, E. L., & Naranjo-Vaca, G. E. (2026). GeoGebra como recurso didáctico para potenciar el aprendizaje de la geometría en séptimo grado. *Revista Sociedad & Tecnología*, 9(S1), 5–18. <https://doi.org/10.51247/st.v9i1.79>
- Cáceres Bautista, G. (2017). Aprendizaje de traslaciones en el plano fundamentado en el modelo de Van Hiele, mediado por GeoGebra. *Paideia Surcolombiana*, (22), 78–96. <https://doi.org/10.25054/01240307.1325>
- Campo Quinzanos, J., Van Vaerenbergh, S., & del Barrio Fernández, Á. (2021). Secuencias didácticas basadas en GeoGebra para la enseñanza de la geometría en la educación secundaria. *Revista INFAD de Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 2(1), 531–542. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2021.n1.v2.2147>
- Collazos Delgado, A. A., González Rincón, Y. M., & Monroy Fonseca, M. N. (2023). Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta GeoGebra. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 3433–3459. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664
- Enríquez Delgado, R. G., Enríquez Delgado, R. A., & Latorre Garzón, O. G. (2023). Análisis del rendimiento académico en geometría al aplicar el modelo de Van Hiele y/o el uso del software GeoGebra. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(6), 1610–1622. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.8794

<https://doi.org/10.70577/s.e.v4i3.104>

- Fuertes Rosero, M. N., Guerra Tana, H. R., Vázquez Álvarez, A., & Ortiz Aguilar, W. (2024). Guía didáctica para la enseñanza de la geometría mediante GeoGebra, destinada a estudiantes de educación básica. *Sinergia Académica*, 7(3), 413–440. <https://doi.org/10.51736/73hsnx89>
- Huamán Intiquilla, R. (2025). GeoGebra en el entorno educacional básica: Una revisión sistemática. *Horizontes. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 9(39), 3194–3210. <https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v9i39.1112>
- Narvárez Condolo, J. L., Herrera Solórzano, M. C., Labanda Jumbo, C. G., & Ordoñez Pilco, P. D. (2026). Relación entre el uso de GeoGebra y el rendimiento académico en estudiantes de noveno año de educación básica superior. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 10(2), 7098–7118. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v10i2.23719
- Nova Díaz, S. E., & Nolasco, V. M. (2026). Incidencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en educación secundaria en el Liceo Fray Luis Amigo, distrito educativo 04-03, San Cristóbal, República Dominicana. *Ciencia y Reflexión*, 5(2), 22–37. <https://doi.org/10.70747/cr.v5i2.1067>
- Partida López, G. E., Hernández Méndez, J. L., Figueroa Flores, A. R., & Castillo Márquez, D. I. (2025). Percepción estudiantil sobre el uso de GeoGebra en el aprendizaje de la geometría analítica plana. *Estudios y Perspectivas Revista Científica y Académica*, 5(4), 5558–5567. <https://doi.org/10.61384/r.c.a..v5i4.1568>
- Pumacallahui Salcedo, E., Acuña Quispe, C. I., & Calcina Álvarez, D. A. (2021). Influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de cuarto grado de secundaria en el distrito de Tambopata de la región de Madre de Dios. *Educación Matemática*, 33(2), 245–273. <https://doi.org/10.24844/EM3302.10>
- Rivera Roche, T. de J., & Cortés Sánchez, L. J. (2025). Estrategia didáctica sustentada en el modelo de Van Hiele para la enseñanza de los cuadriláteros en los estudiantes de séptimo año de educación básica. *Revista InveCom*, 5(4), 1–8. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14718824>
- Rojas Rojas, M. A., Choco Coronel, P. G., Astudillo Aguilar, P. S., & Castillo Barrezueta, J. F. (2024). Impacto académico y motivacional del GeoGebra en el estudio de áreas y perímetros. *Religación*, 9(42), e2401286. <https://doi.org/10.46652/rgn.v9i42.1286>
- Sarmiento-Segovia, M. J., & Moscoso-Bernal, S. A. (2023). GeoGebra como recurso de la enseñanza de matemática: Caso Unidad Educativa Kennedy. *Revista Metropolitana de Ciencias Aplicadas*, 6(S2), 269–276. <https://doi.org/10.62452/5518z767>